第 25 卷 第 2 期
2004 年 2 月
小型微型计算机系统
MINI-MICRO SYSTEMS
Vol. 25 No. 2
Feb. 2004

一个新的基于 Vague 集加权相似度量的双向近似推理方法

王天江,卢正鼎,李 凡

(华中科技大学 计算机学院,湖北 武汉 430074)

摘 要:提出了一种新的 Vague 集的加权相似度量方法以解决文献[1]中关于 Vague 集相似度量的某些缺陷,并且提出了 Vague 集间相似方向的概念,用它来描述两个相似 Vague 集中哪个所包含的信息更精确,并给出了一个判定方法.在此基础上给出了一种基于 Vague 集加权相似度量的双向近似推理方法,该方法更好地利用了 Vague 集信息的精确性,从而提高了推理的精确性和适用性.这为智能系统中的近似推理提供了一个十分有用的工具.

关 键 词:Fuzzy 集;Vague 集;加权相似度量;相似方向;双向近似推理

中图分类号:TP18 **文献标识码**:A **文 章 编 号**:1000-1220(2004)02-0211-05

Bidirectional Approximate Reasoning Based on Weighted Similarity Measures of Vague Set

WANG Tian-jiang, LU Zheng-ding, LI Fan

(*College of Computer Huazhong University of Science and Technology*, *Wuhan* 430074, *China*)

Abstract: In this paper, we introduce a new weighted similarity measure for vague set in order to solve some faults in [1], and propose the concept of similarity direction between two vague sets by which to describe which one could give more accurate information. At the same time, we propose a method for determining the similarity direction. Based on above, we present a bidirectional approximate reasoning method based on weighted similarity measures of vague set, which fully uses the message accuracy of vague set. Then this method improves the accuracy and applicability of approximate reasoning, and also provides a useful tool for approximate reasoning in intelligence system.

Key words: Fuzzy set; Vague set; weighted similarity measures; similarity direction; Bidirectional approximate reasoning

1 引 言

自从 Zadeh 提出 Fuzzy 集理论[2]以来, Fuzzy 集理论不断地发展和完善,并在许多领域里得到了成功的应用. Fuzzy 集理论中的近似推理一般可表示成如下形式:

规则: IF x is A THEN y is B
事实: x is A^*

结论: y is B^* (1)

其中,A,A^*,B,B^* 都是 Fuzzy 集. 这种推理称为正向近似推理. 而如下的推理过程:

规则: IF x is A THEN y is B
事实: y is B^*

结论: x is A^* (2)

则称为逆向近似推理. 已有学者研究基于 Fuzzy 集的双向近似推理[3-5].

Fuzzy 集的隶属函数值是一个单一的值. 该单值既包含了支持 u∈U 的证据,也包含了反对 u∈U 的证据,它不可能表示其中的一个,更不能同时表示支持和反对的证据. 为了解决上述问题,Gau 等在文献[6]中提出了 Vague 集的概念,用一个真隶属函数 $t_A(u)$和一个假隶属函数 $f_A(u)$来描述 Vague 集. 目前 Vague 集得到了广泛深入的研究与应用. 在讨论基于 Vague 集的双向近似推理时,式(1)和式(2)的推理规则中,A,A^*,B,B^* 等均变成 Vague 集. 为了获得良好的基于 Vague 集的双向近似推理方法,提高推理的精确性,本文在 Vague 集理论的基础上,首先指出文献[1]中给出的相似度量的缺陷,然后给出了一个新的加权相似度量以及相似方向的概念,在此基础上,提出了一个基于 Vague 集加权相似度量的双向近似推理方法. 并用实例验证了该方法的有效性.

2 Vague 集

定义 1 令 U 是一个点(对象)的空间,其中的任意一个元素用 u 表示,U 中的一个 Vague 集 A 用一个真隶属函数 t_A 和一个假隶属函数 f_A 表示,$t_A(u)$是从支持 u 的证据所导出的 u 的隶属度下界,$f_A(u)$则是从反对 u 的证据所导出的 u 的否定隶属度下界,$t_A(u)$和 $f_A(u)$分别是 U 到[0,1]的一个映射:

收稿日期:2002-03-18 基金项目:国家高性能计算基金(00303)资助;华中科技大学科学研究基金(M99015)项目资助. 作者简介:王天江,博士研究生,面向信息网络的智能应用,模糊推理,遗传算法;卢正鼎,教授,博士生导师,主要研究领域为计算机辅助软件工程,智能信息系统;李 凡,教授,主要研究领域为人工智能,模糊信息处理,自动推理,遗传算法.

$t_A: U\to[0,1]$, $f_A: U\to[01]$.

当 U 是连续的时候,有

$$A=\int_U[t_A(u),1-f_A(u)]/u \quad u\in U$$

当 U 为离散的时候,有

$$A=\sum_{i=1}^{n}[t_A(u_i),1-f_A(u_i)]/u_i \quad u_i\in U$$

其中,$t_A(u)+f_A(u)\leqslant 1$.

3 Vague 集的相似度量

为了描述相似度量的需要,首先我们简要的介绍一下有序加权集合操作符(OWA)及其性质,然后我们提出了一种新的加权相似度量方法,该方法能较好地解决文献[1]中提出的相似度量所存在的问题.

3.1 OWA 操作符

定义 2 n 维 OWA 操作符是一个具有权向量 $W=[w_1, w_2,\cdots,w_n]$的映射:

$OWA: R^n\to R:\qquad OWA(a_1,a_2,\wedge,a_n)=\sum w_ib_i$

这里 $w_i\in[0,1]$, $\sum w_i=1$, b_i 是$\{a_1,a_2,\cdots,a_n$ 中第 i 大的那个数.

OWA 权向量决定了 OWA 操作符的性质. 从 OWA 操作符的定义,可得到:

$OWA_u(a_1,a_2,\cdots,a_n)=Max_i(a_i)\quad (W=W_{max}=[1,0,\cdots,0])$

$OWA_l(a_1,a_2,\cdots,a_n)=Min_i(a_i)\quad (W=W_{max}=[0,0,\cdots,1])$

$OWA_a(a_1,a_2,\cdots,a_n)=\frac{1}{n}\sum_i a_i\quad (W=W_{avg}=[\frac{1}{n},\frac{1}{n},\cdots,\frac{1}{n}])$

$OWA_l\leqslant OWA(a_1,a_2,\cdots,a_n)\leqslant OWA_u$

OWA 操作符可以让我们选择合适的权向量,从取集合中的最小值,连续地变到取最大值,OWA 操作符的 orness 度量和 andness 度量描述了权向量在多大程度上取最小或最大值.

定义 3 orness 度量定义为:

$$orness(W)=\frac{1}{(n-1)}\sum_{i=1}^{n}(n-i)w_i \tag{3}$$

定义 4 Pandness 度量定义为:

$$andness(W)=1-orness(W) \tag{4}$$

我们可以用(3)式测量 W 有多接近取最大, 类似地,可以用(4)式测量 W 有多接近取最小.

事实上,在使用 OWA 操作符中最重要的是针对给定的问题选择合适的权向量. 由于 S−OWA 操作符的简单和灵活,这里我们采用 S−OWA operator[7].

定义 5 "象取大"S−OWA 操作符是一个 OWA 操作符,记为 OWA_{SO},它的权向量 $W_{SO}=[w_1,w_2,\cdots,w_n]$定义为:

$$w_i=\begin{cases}\frac{1}{n}(1-\alpha)+\alpha & for\ i=1\\ \frac{1}{n}(1-\alpha) & for\ i=2,\cdots,n\end{cases} \tag{5}$$

这里 $\alpha\in[0,1]$,所以可以得到:

$$orness(W_{so}=\frac{\alpha+1}{2}, OWA_{so}(a_1,a_2,\cdots,a_n)=\alpha Max_i(a_i)+\frac{1}{n}(1-\alpha)\sum_i a_i$$

因为 $\alpha\in[0,1]$, 所以 $orness(W_{s_0})\in[0.5,1]$,当 $a'=1$,有 $OWA_{so}=Max_i(a_i)$, $orness(W_{so})=1$,即 $OWA_{SO}=OWAu$;而当 $\alpha'=0$,有 $OWA_{so}=\frac{1}{n}(\sum_i a_i)$, $orness(W_{so}=0.5$,即 $OWA_{SO}=OWAa$.

定义 6 "象取小"S-OWA 操作符是一个 OWA 操作符,记为 OWA_{SA},它的权向量 $W_{SA}=[w_1,w_2,\cdots,w_n]$定义为:

$$w_i=\begin{cases}\frac{1}{n}(1-\beta) & for\ i=1,\cdots,n-1\\ \frac{1}{n}(1-\beta)+\beta & for\ i=n\end{cases} \tag{6}$$

这里 $\beta\in[0,1]$,所以可以得到:$orness(W_{SA}=\frac{1-\beta}{2}$, $OWA_{SA}(a_1,a_2,\cdots,a_n)=\beta Min_i(a_i)+\frac{1}{n}(1-\beta)\sum_i a_i$

因为 $\beta\in[0,1]$,所以 $orness(W_{SA}\in[0,0.5]$,当 $\hat{a}=1$,有 $OWA_{SA}=Min_i(a_i)$, $orness(W_{SA}=0$,即 $OWA_{SA}=OWA_l$,而当 $\hat{a}=0$,有 $OWA_{SA}=\frac{1}{n}(\sum_i a_i)$和 $orness(W_{SA}=0.5$,即 $OWA_{SA}=OWA_l$.

使用 S-OWA 操作符的好处之一是可以用一个单一的数 $\ddot{e}$得到 S-OWA 操作符的权向量:

1 若 $\ddot{e}\cdot\geqslant 0.5$ 则用"象取大"S-OWA, OWA_{SO},其中 $a'=2\ddot{e}-1$.

2 若 $\ddot{e}<0.5$ 则用"象取小"S-OWA, OWA_{SA},其中 $a'=1-2\ddot{e}$.

我们将 S-OWA 操作符统一表示成 $OWA_{\ddot{e}}$:

$$OWA_\lambda=\begin{cases}OWA_{SO} & (\alpha=2\lambda-1\quad if\quad \lambda\geqslant 0.5)\\ OWA_{SA} & (\beta=1-2\lambda\quad if\quad \lambda\pi 0.5)\end{cases} \tag{7}$$

3.2 一个新的 vague 集的加权相似度量

定义 7 假定 $x=[t_1,1-f_x]$, $y=[t_y,1-f\backslash -y]$,是两个 Vague 值,$S(x)$和 $S(y)$的定义与文献[1]中的定义相同,x 和 y 之间的相似程度可由一个新的函数 M'进行计算:

$$M'(x,y)=1-\frac{|S(x)-S(y)|}{4}-\frac{|t_x-t_y|+|f_x-f_y|}{4} \tag{8}$$

由上述定义,我们可得到如下的定理.

定理 1 $M'(x,y)\in[0,1]$.

证明:

$$M'(x,y)=1-\frac{|S(x)-S(y)|}{4}-\frac{|t(x)-t(y)|+|f_x-f_y|}{4}\leqslant 1-\frac{0}{4}-\frac{0}{4}=1$$

由于 $|S(x)-S(y)|\leqslant 2$, $|t_x-t_y|\leqslant 1$, $|f_x-f_y|\leqslant 1$,故有

$$M'(x,y)=1-\frac{|S(x)-S(y)|}{4}-\frac{|t'_x-t'_y|+|f_x-f_y|}{4}\geqslant 1-\frac{2}{4}-\frac{2}{4}=0$$

定理 2　$M'(x,y)=M'(y,x)$.

证明：由 $M'(x,y)$的定义即可证明.

假定两个 Vague 值 $x=[0.5,0.5]$，$y=[0,1]$，按式(8)可计算出 x 和 y 之间的相似度量值为：

$$M'(x,y)=1-\frac{|0-0|}{4}-\frac{|0.5-0|+|0.5-0|}{4}=1-0.25=0.75,$$

若按文献[1]中的定义进行计算，则 x 和 y 之间的相似度量值为：

$$M(x,y)=1-\frac{|0-0|}{2}=1-0=1.$$

这一结果表明：这两个 Vague 值是完全相似的，但我们凭直觉就能看出这是不合理的.

定义 8　设 A 和 B 是两个 Vague 集，A 和 B 之间的相似程度可由如下的函数 T' 进行计算：

令 $M'(V_A(u_i),V_B(u_i))=m_i$

$$T'(A,B)=\frac{OWA_\lambda(m_1,m_2,\cdots,m_n)}{OWA_\lambda(1,1,\cdots,1)} \tag{9}$$

这里 $V_A(u_i)=[t_A(u_i),1-f_A(u_i)]$，$V_B(u_i)=[t_B(u_i),1-f_B(u_i)]$.

由上述定义，我们可得到如下的定理.

定理 3　$T'(A,B)\in[0,1]$.

证明：$\because m_i\in[0,1]$　$1\leqslant i\leqslant n$(由定理 1)

$\therefore 0\leqslant \mathrm{OWA}_\lambda(m_1,\cdots,m_n)\leqslant \mathrm{OWA}_\lambda(1,\cdots,1)$ (由 OWA 的定义)

$\therefore T'(A,B)\in[0,1]$

定理 4　$T'(A,B)=T'(B,A)$.

证明：由 $T'(A,B)$的定义即可证明.

4　基于 Vague 集加权相似度量的双向近似推理

为了确定两个相似的 Vague 集谁的信息更精确，我们提出了如下的相似性方向的概念.

定义 9　对于两个 Vague 集 A 和 B，它们的相似性方向定义为如果关于 A 的信息的精确性高于关于 B 的信息的精确性，称 A 正向相似于 B，否则，则称 A 负向相似于 B.

定义 10　假定 A，B 是两个 Vague 集，它们的相似性方向可用如下的 D 函数来判断：

$$D(A,B)=\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}[(t_A(u_i)-t_B(u_i))+(f_B(u_i)-f_A(u_i))] \tag{10}$$

其中，D(A,B)为相似方向判断函数，若 $D(A,B)\geqslant 0$，则 A 正向相似于 B，若 $D(A,B)<0$，则 A 负向相似于 B.

假定有如下三个 Vague 集 A，B，C：

$A=[0.5,0.8]/u_1+[0.6,0.9]/u_2+[0.7,0.9]/u_3$

$B=[0.4,0.7]/u_1+[0.5,0.8]/u_2+[0.6,0.9]/u_3$

$C=[0.3,0.6]/u_1+[0.4,0.7]/u_2+[0.5,0.9]/u_3$

根据式(9)有 T(A,B)＝0.92，T(C,B)＝0.92，可看出 A 与 B 以及 C 与 B 的相似程度都是 0.92，而根据式(10)有 D(A,B)＝0.)＝－0.08，即 A 正向相似于 B，C 则负向相似于 B. 这表明 A 的信息的精确性高于 B 的信息的精确性，而 C 的信息的精确性低于 B 的信息的精确性.

定理 5　$D(A,B)\in[-1,1]$

证明：由于 $|t_A(u_i)-t_B(u_i)|\leqslant 1$，$|f_A(u_i)-f_B(u_i)|\leqslant 1$，故有

$$|D(A,B)| = \left|\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}[(t_A(u_i)-t_B(u_i))+(f_B(u_i)-f_A(u_i))]\right|\leqslant\frac{2n}{2n}=1.$$

定理 6　$D(A,B)=-D(B,A)$

证明：$\because D(A,B)=\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}[(t_A(u_i)-t_B(u_i))+f_B(u_i)-f_A(u_i))]$

$$=-\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}-[(t_A(u_i)-t_B(u_i))+f_B(u_i)-f_A(u_i))]$$

$$=-\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}[(t_B(u_i)-t_A(u_i))+f_A(u_i)-f_B(u_i))]$$

$$=-D(B,A)$$

在我们提出的新的相似度量和相似方向的基础上，我们给出了如下的基于 Vague 集加权相似度量的双向近似推理的推理方法. 由 vague 集相似度量的定义我们知道，vague 集间的相似程度由 vague 集中各元素起的作用的总和而决定. 加权相似度量则更好地考虑了 vague 集中各元素在相似性中起的不同程度的作用. 该方法能更好地利用 Vague 集信息精确性的特征，从而提高了推理的精确性和适用性. 而且克服了已有的推理方法中存在的某些问题，比如，当输入事实是用模糊量词和推理规则的前件来表示时，却得不到推理结论也由模糊量词和推理规则的后件来表示的形式. 例如，在正向近似推理中，当 A^*＝很 A 时，却 $B^*\neq$很 B；当 A^*＝或多或少 A 时，却 $B^*\neq$或多或少 B. 反之，在逆向近似推理中，当 B^*＝很 B 时，却 $A^*\neq$很 A；当 B^*＝或多或少 B 时，却 $A^*\neq$或多或少 A. 为讨论的方便，下面用到的相似度量 T′均记为 T. 为讨论的方便，下面用到的 T′均记为 T.

在基于 Vague 集加权相似度量的双向近似推理中，为了计算相似度量，我们首先根据系统的需要为相似度量 T 选择参数 λ，然后分别做正向近似推理和逆向近似推理. 首先考虑式(1)所示的正向近似推理. 我们假设有 n 条规则，其中 $A_i(1\leqslant i\leqslant n)$，$B_i(1\leqslant i\leqslant n)$，$A^*$，$B^*$可分别表示成如下形式：

$A_i=\sum[t_{Ai}(u_j),1-f^{Ai}(u_j)]/u_j$　$1\leqslant j\leqslant m$　$1\leqslant i\leqslant n$

$B_i=\sum[t_{Bi}(v_j),1-f_{Bi}(v_j)]/v_j$　$1\leqslant j\leqslant m$　$1\leqslant i\leqslant n$

$A^*=\sum[t_{A^*}(u_j),1-f_{A^*}(u_j)]/u_j 1\leqslant j\leqslant m$

$B^*=\sum[t_{B^*}(v_j),1-f_{B^*}(v_j)]/v_j 1\leqslant j\leqslant m$

正向近似推理过程由两部分完成. 首先要设定一个规则启动阈值 α'，当向系统输入事实时，则系统对整个规则库进行搜索，找出输入事实与规则前件的匹配程度大于或等于阈值 α'的所有规则，然后用这些规则逐一进行推理而得到每条规则的推理结果 B_i^* $1\leqslant i\leqslant n$，然后再对所有的推理结果做合成运算，从而得到最终的推理结果 B^*. 由第 i 条规则和输入事实推出结果 B_i^* 的过程可按如下步骤进行：

1. 若 A^*＝很 A_i 时，则推理结果 B_i^* 的各分量可由下式

得到：

$$t_{B^*i}(v_j)=t_{Bi}(v_j)^2 \tag{11}$$

$$f_{B^*i}(v_j)=1-(1-f_{Bi}(v_j))^2 \tag{12}$$

2. 若 A^*=或多或少 A_i 时，则推理结果 B_i^* 的各分量可由下式得到：

$$t_{B^*i}(v_j)=t_{Bi}(v_j)^{1/2} \tag{13}$$

$$f_{B^*i}(v_j)=1-(1-f_{Bi}(v_j))^{1/2} \tag{14}$$

若输入事实没有用模糊量词与规则前件来表示的话，则继续下面的步骤：

3. 匹配规则，由式(9)计算相似程度 $T(A^*,A_i)$，令 $T(A^*,A_i)=T_i$，如果 $T_i\geqslant a'$，则进行下面的步骤，否则放弃该条规则.

4. 判断 A^* 到 A_i 的相似性方向，由式(10)计算相似性方向 $D(A^*,A_i)$，令 $D(A^*,A_i)=D_i$

5. 推理结果 B_i^* 的各分量可由下式得到：

$$t_{B^*i}(v_j)=\begin{cases} t_{Bi}(v_j)^{T_i}\cdots 当\ T_i\geqslant 0.5\ 且\ D_i\geqslant 0 \\ t_{Bi}(v_j)^{\frac{1}{T_i}}\cdots 当\ T_i\geqslant 0.5\ 且\ D_i<0 \\ t_{Bi}(v_j)^{T_i}\cdots 当\ T_i<0.5 \end{cases} \tag{15}$$

$$f_{B^*i}(v_j)=\begin{cases} 1-(1-f_{Bi}(v_j))^{T_i}\cdots 当\ T_i\geqslant 0.5\ 且\ D_i\geqslant 0 \\ 1-(1-f_{Bi}(v_j)^{\frac{1}{T_i}}\cdots 当\ T_i\geqslant 0.5\ 且\ D_i<0 \\ 1-T_i+f_{Bi}(v_j)^{T_i}\cdots 当\ T_i<0.5 \end{cases} \tag{16}$$

最后的推理结果可由如下的合成运算得到：

$B^*=\cdots\cup B_i^*\cup\cdots\cup B_j^*\cup\cdots\cup B_k^*\cdots$

类似地，对于式(2)所示的逆向近似推理也由两部分完成. 首先设定一个规则启动阈值 α'，当向系统输入事实时，则系统对整个规则库进行搜索，当输入事实与规则后件的匹配程度大于或等于启动阈值 α'时，则用该规则进行推理得到推理结果 A_i^* $1\leqslant i\leqslant n$，否则放弃该规则，最后再将推导出的所有推理结果做合成运算，从而得到最终的推理结果 A^*. 由第 i 条规则和输入事实推出推理结果 A_i^* 的过程可按如下步骤进行：

1. 若 B^*=很 B_i 时，则推理结果 A_i^* 的各分量可由下式得到：

$$t_{A^*i}(u_j)=t_{Ai}(u_j)^2 \tag{17}$$

$$f_{A^*i}(u_j)=1-(1-f_{Ai}(u_j))^2 \tag{18}$$

2. 若 B^*=或多或少 B_i 时，则推理结果 A_i^* 的各分量可由下式得到：

$$t_{A^*i}(u_j)=t_{Ai}(u_j)^{1/2} \tag{19}$$

$$f_{A^*i}(v_j)=1-(1-t_{Ai}(u_j))^{1/2} \tag{20}$$

若输入事实没有用模糊量词与规则后件来表示的话，则继续下面的步骤：

3. 匹配规则，由式(9)计算相似程度 $T(B^*,B_i)$，令 $T(B^*,B_i)=T_i$，如果 $T_i\geqslant\alpha'$，则进行下面步骤，否则放弃该条规则.

4. 判断 B^* 到 B_i 的相似性方向，由式(10)计算相似性方向 $D(B^*,B_i)$，令 $D(B^*,B_i)=D_i$

5. 推理结果 A_i^* 的各分量可由下式得到：

$$t_{A^*i}(v_j)=\begin{cases} t_{Ai}(v_j)^{T_i}\quad\cdots 当\ T_i\geqslant 0.5\ 且\ D_i\geqslant 0 \\ t_{Ai}(v_j)^{\frac{1}{T_i}}\quad\cdots 当\ T_i\geqslant 0.5\ 且\ D_i<0 \\ t_{Ai}(v_j)^{T_i}\quad\cdots 当\ T_i<0.5\ 且 \end{cases} \tag{21}$$

$$f_{A^*i}(v_j)=\begin{cases} 1-(1-f_{Ai}(v_j))^{T_i}\quad\cdots 当\ T_i\geqslant 0.5\ 且\ D_i\geqslant 0 \\ 1-(1-f_{Ai}(v_j)^{\frac{1}{T_i}}\quad\cdots 当\ T_i\geqslant 0.5\ 且\ D_i<0 \\ 1-T_i+f_{Ai}(v_j)^{T_i}\quad\cdots 当\ T_i<0.5\ 且 \end{cases} \tag{22}$$

最后的推理结果按下式进行计算：

$A^*=\cdots\cup A_i^*\cup\cdots\cup A_j^*\cup\cdots\cup A_k^*\cdots$

5 例 子

下面给出一个实际例子来说明上述的近似推理方法. 假定规则库中有 5 条规则，其中 A_i，i=1…5，和 B_i，i=1…5 分别是论域 U，V 上的 vague 集，它们分别为：

$A_1=[0.7,0.75]/u_1+[0.8,0.85]/u_2+[0.85,0.9]/u_3+[0.82,0.87]/u_4+[0.75,0.8]/u_5$

$A_2=[0.05,0.09]/u_1+[0.08,0.12]/u_2+[0.11,0.15]/u_3+[0.07,0.11]/u_4+[0.04,0.08]/u_5$

$A_3=[0.4,0.45]/u_1+[0.5,0.55]/u_2+[0.6,0.65]/u_3+[0.51,0.54]/u_4+[0.42,0.47]/u_5$

$A_4=[0.1,0.15]/u_1+[0.14,0.19]/u_2+[0.18,0.23]/u_3+[0.13,0.18]/u_4+[0.08,0.13]/u_5$

$A_5=[0.55,0.6]/u_1+[0.75,0.80]/u_2+[0.6,0.65]/u_3+[0.45,0.5]/u_4+[0.3,0.35]/u_5$

$B_1=[1,1]/v_1+[0.95,0.98]/v_2+[0.9,0.93]/v_3+[0.94,0.97]/v_4+[0.96,1]/v_5$

$B_2=[0.1,0.6]/v_1+[0.87,0.92]/v_2+[1,1]/v_3+[0.87,0.92]/v_4+[0.2,0.65]/v_5$

$B_3=[0.94,0.98]/v_1+[0.97,1]/v_2+[0.95,0.98]/v_3+[1,1]/v_4+[0.96,0.99]/v_5$

$B_4=[0.1,0.5]/v_1+[0.74,0.85]/v_2+[0.9,0.95]/v_3+[1,1]/v_4+[0.9,0.95]/v_5$

$B_5=[0.2,0.3]/v_1+[0.25,0.38]/v_2+[0.35,0.45]/v_3+[0.3,0.36]/v_4+[0.26,0.3]/v_5$

选择计算加权相似度量的参数 $\ddot{e}=0.35$.

为了进行基于 Vague 集加权相似度量的双向模糊推理，首先要确定加权用的各个权系数：

1. 根据式(7)，因为 $\ddot{e}=0.35<0.5$，所以 $\beta=1-2\ddot{e}=0.3$

2. 根据式(6)有：

$$w_j=\begin{cases} \frac{1}{5}=\frac{0.7}{5}=0.14 & 当\ i=1,\cdots,4 \\ \frac{1}{5}+\beta=\frac{0.7}{5}+0.3=0.44 & 当\ i=5 \end{cases}$$

若输入事实 A^*=很 A_1，则 A^* 为：

$A^*=[0.49,0.56]/u_1+[0.64,0.72]/u_2+[0.72,0.81]/u_3+[0.67,0.76]/u_4+[0.56,0.64]/u_5$

假定规则启动阈值 $\alpha'=0.45$，则正向模糊推理按如下推理过程进行：

(其中，$T(A^*,A_i)$由式(9)，$D(A^*,A_i)$由式(10)得)

1. 由于 A^*=很 A_1

由式(11)**及式**(12)**得**：

$B_1^* = [1,1]/v_1 + [0.9, 0.96]/v_2 + [0.81, 0.86]/v_3 + [0.88, 0.94]/v_4 + [0.92, 1]/v_5$

2. $T(A^*, A_2) = 0.413 < \alpha'$，**故放弃该条规则**

3. $T(A^*, A_3) = 0.839 \geqslant 0.5 \geqslant \alpha'$**且** $D(A^*, A_3) = 0.15 > 0$

由式(15)**及式**(16)**得**：

$B_3^* = [0.95, 0.98]/v_1 + [0.97, 1]/v_2 + [0.96, 0.98]/v_3 + [1, 1]/v_4 + [0.97, 0.99]/v_5$

4. $0.5 \geqslant T(A^*, A_4) = 0.478 \geqslant \alpha'$

由式(15)**及式**(16)**得**：

$B_4^* = [0.05, 0.24]/v_1 + [0.35, 0.41]/v_2 + [0.43, 0.45]/v_3 + [0.48, 0.48]/v_4 + [0.43, 0.45]/v_5$

5. $T(A^*, A_5) = 0.806 \geqslant 0.5 \geqslant \alpha'$**且** $D(A^*, A_5) = 0.1 > 0$

由式(15)**及式**(16)**得**：

$B_5^* = [0.27, 0.38]/v_1 + [0.33, 0.46]/v_2 + [0.43, 0.53]/v_3 + [0.38, 0.44]/v_4 + [0.34, 0.38]/v_5$

最后的推理结果为：

$B^* = B_1^* \cup B_3^* \cup B_4^* \cup B_5^*$

$= [1,1]/v_1 + [0.97, 1]/v_2 + [0.96, 0.98]/v_3 + [1, 1]/v_4 + [0.97, 1]/v_5$

另一方面，若输入事实若 B^* = **或多或少** B_2，**则** B^* **为**：

$B^* = [0.32, 0.77]/v_1 + [0.93, 0.96]/v_2 + [1, 1]/v_3 + [0.93, 0.96]/v_4 + [0.45, 0.81]/v_5$

假定规则启动阈值 $\alpha' = 0.49$，**则逆向模糊推理应按如下推理过程进行**：

1. $T(B^*, B_1) = 0.735 \geqslant 0.5 \geqslant \alpha'$**且** $D(B^*, B_1) = -0.15 < 0$

由式(21)**及式**(22)**得**：

$A_1^* = [0.62, 0.68]/u_1 + [0.74, 0.80]/u_2 + [0.80, 0.87]/u_3 + [0.76, 0.83]/u_4 + [0.68, 0.74]/u_5$

2. **由于** B^* = **或多或少** B_2

由式(19)**及式**(20)**得**：

$A_2^* = [0.22, 0.3]/u_1 + [0.28, 0.35]/u_2 + [0.33, 0.39]/u_3 + [0.26, 0.33]/u_4 + [0.2, 0.28]/u_5$

3. $T(B^*, B_3) = 0.75 \geqslant 0.5 > \alpha'$，**且** $D(B^*, B_3) = -0.16 < 0$

由式(21)**及式**(22)**得**：

$A_3^* = [0.29, 0.34]/u_1 + [0.4, 0.45]/u_2 + [0.51, 0.56]/u_3 + [0.41, 0.44]/u_4 + [0.31, 0.37]/u_5$

4. $0.5 \geqslant T(B^*, B_4) = 0.797 \geqslant 0.5 > \alpha'$，**且** $D(B^*, B_4) = 0.02 > 0$

由式(21)**及式**(22)**得**：

$A_4^* = [0.16, 0.22]/u_1 + [0.21, 0.27]/u_2 + [0.25, 0.31]/u_3 + [0.2, 0.25]/u_4 + [0.13, 0.2]/u_5$

5. $T(B^*, B_5) = 0.46 < \alpha'$，**故放弃该条规则**

最后的推理结果为：

$A^* = A_1^* \cup A_2^* \cup A_3^* \cup A_4^*$

$= [0.62, 0.68]/u_1 + [0.74, 0.80]/u_2 + [0.80, 0.87]/u_3 + [0.39, 0.83]/u_4 + [0.68, 0.74]/u_5$

6　提出结论

本文在指出文献[1]**中提出的相似度量方法的缺陷的基础上，提出了一种新的相似度量方法，同时提出了** Vague **集间相似方向的概念. 在此基础上给出了基于** Vague **集加权相似度量的双向近似推理方法，由于该方法考虑了** Vague **集包含信息的精确性以及容易得到权向量，而且克服了已有的推理方法中存在的某些问题，比如，当输入事实是用模糊量词和推理规则的前件来表示时，却得不到推理结论也由模糊量词和推理规则的后件来表示的形式. 从而使得推理结果更加精确和符合实际情况. 这为智能系统中的模糊推理提供了一个十分有用的工具.**

References：

1 Chen R. Measures of similarity between vague sets[J]. Fuzzy Sets and Systems，1995,74(2)：217～223.

2 Zadeh L A. Fuzzy sets[J]. Information and Control，1965，8(3)，338～353.

3 Bien Z.&M. Chun，G. An inference network for bi-directional approximate reasoning based on an equality measure[J]. IEEE Trans. Fuzzy Systems，1994，2(2)，177～180.

4 Chen，S，M. Hsiao W H & Jong W T. Bidirectional approximate reasoning based on interval-valued fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems，1997，91(3)，339～353.

5 Chen S M & Hsiao W H. Bidirectional approximate reasoning for rule-based systems using interval-valued fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems，2000，113(2)，185～203.

6 Gau W L,Buehrer D J. Vague sets[J]. IEEE Trans. Systems Man Cybernetics. 1993,23 (2)：610～614.

7 Yager R R，Filev D P. Essential of fuzzy sets and systems[M]. New York ：Wiley，1994.

8 Li Fan，Fuzzy information process system〔M〕. Beijing：Beijing University Press. 1998.

9 Zadeh L A. Fuzzy sets and their applications to cognitive and decision processes[M]. New York：Academic Press，1975.

附中文参考文献：

8 **李 凡. 模糊信息处理系统**[M]. **北京：北京大学出版社**. 1998.

一个新的基于Vague集加权相似度量的双向近似推理方法

作者： 王天江， 卢正鼎， 李凡
作者单位： 华中科技大学,计算机学院,湖北,武汉,430074

刊名： 小型微型计算机系统 ISTIC PKU
英文刊名： MINI-MICRO SYSTEMS
年，卷(期)： 2004,25(2)

参考文献(10条)

1. Chen S M;Hsiao W H;Jong W T Bidirectional approximate reasoning based on interval-valued fuzzy sets 1997(03)

2. ZADEH L A Fuzzy sets and their applications to cognitive and decision processes 1975

3. Li·Fan Fuzzy information process system 1998

4. Yager R R;Filev D P Essential of fuzzy sets and systems 1994

5. Gau W L;Buehrer D J Vague sets[外文期刊] 1993(02)

6. Chen S M;Hsiao W H Bidirectional approximate reasoning for rule-based systems using interval-valued fuzzy sets[外文期刊] 2000(02)

7. 李凡 模糊信息处理系统 1998

8. BIEN Z;M. Chun, G An inference network for bi-directional approximate reasoning based on an equality measure[外文期刊] 1994(02)

9. ZADEH L A Fuzzy Sets[外文期刊] 1965(03)

10. Chen R Measures of similarity between vague sets 1995(02)

引证文献(8条)