基于 Vague 聚类规则的双向近似推理

卢正鼎，王天江，李 凡

（华中科技大学 计算机学院，湖北 武汉 430074）

摘 要：在智能系统的研究与开发中，推理方法的计算复杂性是一个很重要的问题. 为了获得良好的推理效果和推理效率，就必须降低推理方法的计算复杂性. 为此本文首先给出了一个新的 vague 集间的距离定义，然后给出了相似方向的概念及相似方向的判定方法. 在此基础上，提出了对 vague 规则进行聚类，以及基于 vague 聚类规则的双向近似推理方法，该方法更好地利用了 vague 集信息的精确性，而且降低了推理的计算复杂性，从而提高了推理的精确性和适用性. 并用实例验证了该方法的有效性. 这为智能系统中的近似推理提供了一个十分有用的工具.

关 键 词：Vague 集；计算复杂性；距离；相似度量；相似方向；聚类；双向近似推理

中图分类号：TP18 **文献标识码**：A **文 章 编 号**：1000-1220(2003)11-1933-05

Bidirectional Approximate Reasoning Based on Vague Set by Clustering

LU Zheng-ding, WANG Tian-jiang, LI Fan

(*College of Computer Huazhong University of Science and Technology, Wuhan* 430074, *China*)

Abstract: In the research and development of intelligence system, the computing complexity of reasoning is a important problem. For efficiency and effect of reasoning the complexity of reasoning must be decreased. So in this paper a definition of the distance between vague sets is introduced, and then similarity direction and a method to determine the similarity direction are proposed. Based on these, a bidirectional approximate reasoning method on vague set by clustering is proposed.

Key words: Vague set; reasoning complexity; distance; Similarity measure; similarity direction; clustering; bidirectional approximate reasoning

1 引 言

自从 Zadeh 提出 fuzzy 集理论[1]以来，fuzzy 集理论就在不断地发展和完善，并在许多领域里得到了成功的应用，但在实际应用中我们也发现它存在一些问题. 例如，fuzzy 集的隶属度是一个单值. 该单值既包含了支持 $u\in U$ 的证据，也包含了反对 $u\in U$ 的证据，它不可能表示其中的一个，更不能同时表示支持和反对的证据. 为此，Gau 等在文献[2]中提出了 vague 集的概念，用一个真隶属函数 tA 和一个假隶属函数 fA 来描述它，vague 集的主要特征是它同时给出了支持和反对的证据. 目前 vague 集在智能领域中得到了广泛深入的研究与应用. 在以往的基于 vague 集的近似推理研究中[3~5]，均未考虑 vague 集间数据精确性的关系，而且在推理的匹配过程中需要对整个规则库进行搜索. 这样，当规则库很大时，则搜索的规模也很大，这就大大地增加了计算的复杂性. 为解决这一问题，本文提出了一个基于 vague 聚类规则的双向近似推理方法. 首先给出了一个新的 vague 集间的距离定义，然后给出了 vague 集间相似方向的概念以及相似方向的判定方法. 在此基础上，提出了对 vague 规则进行聚类，以及基于 vague 聚类规则的双向近似推理方法，并用实例验证了该方法的有效性. 这为智能系统中的近似推理提供了一个十分有用的工具.

2 Vague 集间的距离

在 vague 集理论研究中，我们需要度量 vague 集间的关系，有学者提出了 vague 集间的相似度量[6]，但在许多时候需要具有距离性质的度量方法（在下面的聚类计算中我们就需要距离性质的度量方法）. 为了合理地度量两个 vague 集（值）之间的距离，我们提出了一个距离度量方法.

定义 1：假定 $x=[t_x,1-f_x]$，$y=[t_y,1-f_y]$ 是两个 vague 值，$S(x)$ 和 $S(y)$ 的定义与文献[1]中的定义相同，x 和 y 之间的距离可定义为如下形式：

$$L(x,y)=\frac{|S(x)-S(y)|}{4}+\frac{|t_x-t_y|+|(f_x-f_y|}{4} \tag{1}$$

定理 1. $L(x,y)=0$

证明：由 L(x,y) 的定义即可证明.

定理 2 $1\geqslant L(x,y)>0 \quad (x\neq y)$

证明：∵ $x\neq y$ ∴ 至少有 $t_x\neq t_y$ 或者 $f_x\neq x_y$ 成立，假定 $t_x\neq$

收稿日期：2001-12-11 **基金项目**：国家高性能计算基金(00303)资助；华中科技大学科研究基金(M99015)资助项目. **作者简介**：卢正鼎，教授，博士生导师，主要研究领域为计算机辅助软件工程，智能信息系统；王天江，博士研究生，主要研究领域为人工生命，面向信息网络的智能应用，模糊推理，遗传算法；李 凡，教授，主要研究领域为人工智能，模糊信息处理，自动推理，遗传算法.

t_y,

$\therefore L(x,y)=\frac{|S(x)-S(y)|}{4}+\frac{|t_x-t_y|+|(f_x-f_y|}{4}>0$

又$\because -1\leqslant S(x)\leqslant 1,-1\leqslant S(y)\leqslant 1,-1\leqslant t_x-t_y\leqslant 1,-1\leqslant f_x-f_y\leqslant 1$

$\therefore L(x,y)\leqslant\frac{2}{4}+\frac{1+1}{4}=1$ **证毕.**

定理 3 $L(x,y)=L(x,y)$

证明:由 $L(x,y)$**的定义即可证明.**

定理 4 $L(x1,x2)+L(x1,x3)\geqslant L(x2,x3)$

证明:

$$\begin{aligned}&L(x1,x2)+L(x1,x3)\\&=\frac{|S(x1)-S(x2)|}{4}+\frac{|t_{x1}-t_{x2}|+|f_{x1}-f_{x2}|}{4}\\&+\frac{|S(x1)-S(x3)|}{4}+\frac{|t_{x1}-t_{x3}|+|f_{x1}-f_{x3}|}{4}\\&\geqslant\frac{|S(x2)-S(x1)+S(x1)-S(x3)|}{4}\\&+\frac{|t_{x2}-t_{x1}+t_{x1}-t_{x3}|+|f_{x2}-f_{x1}+f_{x1}-f_{x3}|}{4}\\&=\frac{|S(x2)-S(x3)|}{4}+\frac{|t_{x2}-t_{x3}|+|(f_{x2}-f_{x3}|}{4}\\&=L(x2,x3)\end{aligned}$$

证毕.

定理 5 $\forall\ \varepsilon>0$ **如果** $L(x1,x2)\leqslant\frac{\varepsilon}{2},L(x1,x3)\leqslant\frac{\varepsilon}{2}$**,则** $L(x2,x3)\leqslant\varepsilon$

证明:由定理 3 **有** $L(x2,x3)\leqslant L(x1,x2)+L(x1,x3)\leqslant\frac{\varepsilon}{2}+\frac{\varepsilon}{2}=\varepsilon$ **证毕.**

定义 2 假定 A **和** B **是两个** Vague **集,**A **之** B **间的距离可定义为如下形式:**

$$\begin{aligned}R(A,B)&=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}L(V_A)(u_i),V_B(u_i))\\&=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{|S(V_A(u_i))-S(V_B(u_i))|}{4}\right.\\&\left.+\frac{|t_A(u_i)-t_B(u_i)|+|f_A(u_i)-f_B(u_i)|}{4}\right)\end{aligned}\tag{2}$$

其中,$V_A(u_i)=[t_A(u_i),1-f_A(u_i)]$,$V_B(u_i)=[t_B(u_i),1-f_B(u_i)]$,$u_i\in U\quad 1\leqslant i\leqslant n$

定理 6 $R(A,A)=0$

证明:由定理 1 **即可证明.**

定理 7 $1\geqslant R(A,B)>0\quad(A\neq B)$

证明:$\because(A\neq B)\therefore\exists\ u_i\in U,V_A(u_i)\neq V_B(u_i)$

$\therefore R(A,B)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}L(V_A(u_i),V_B(u_i))>\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}0=0$ **(由定理** 2 **得)**

另一方面,$R(A,B)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}L(V_A(u_i),V_B(u_i))\leqslant\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}1=1$ **(由定理** 2 **得)** **证毕.**

定理 8 $R(A,B)=R(B,A)$

证明:$R(A,B)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}L(V_A(u_i),V_B(u_i))=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}L(V_B(u_i),V_A(u_i))=R(B,A)$ **(由定理** 3 **得)** **证毕.**

定理 9 $R(A,B)+R(A,C)\geqslant R(B,C)$

万方数据

证明:

$$\begin{aligned}R(A,B)+R(A,C)&=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}L(V_A(u_i),V_B(u_i))\\&+\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}L(V_A(u_i),V_B(u_i))\\&=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}L(V_A(u_i),V_B(u_i))+L(V_A(u_i),V_B(u_i))\\&\geqslant\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}L(V_B(u_i),V_C(u_i))\quad\text{(由定理 4 得)}\\&=R(B,C)\end{aligned}$$

证毕.

定理 10 $\forall\ \varepsilon>0$ **如果** $R(A,B)\leqslant\frac{\varepsilon}{2},R(A,C)\leqslant\frac{\varepsilon}{2}$**,则** $R(B,C)\leqslant\varepsilon$

证明:由定理 9**,有** $R(B,C)\leqslant R(A,C)\leqslant\frac{\varepsilon}{2}+\frac{\varepsilon}{2}=\varepsilon$

证毕.

3 Vague 规则的聚类

在以往的基于 vague **集的近似推理研究中,为了寻找适合的匹配规则,系统需要对整个规则库进行搜索.这样,当规则库很大时,则搜索的规模也很大,这就大大地增加了计算的复杂性.为了在匹配规则时降低搜索的规模和减少推理的计算复杂性,我们提出了对** vague **规则进行聚类的概念.**

定义 3:假定 $A=\{A_i\rightarrow B_i\mid 0<i\leqslant n\}$**为规则库,其中** A_i,B_i **分别为规则的前件与后件,它们均用** vague **集表示,若有一组** $D_i 0<i\leqslant k)D_i\cap D_j=\varphi(i\neq j)$**,使得** $A=\bigcup D_i$ **则称**$\{D_i\mid 0<i\leqslant n\}$**为规则库** A **的一个聚类,**$D_i$ **则称为聚类中的一个类.**

定理 11:规则库 A **必存在至少一个聚类.**

证明:取 $D_1=A$**,则有**$\{A\}$**是规则库** A **的一个聚类.证毕.**

定义 4:假定$\{D_i\mid 0<i\leqslant k\}$**为规则库** A **的一个聚类,**$\forall\ \varepsilon>0$**,若任意的** $D_i(0<i\leqslant k)$**中任意两条规则的前件的** R **距离都小于或等于** ε**,则称该聚类为依前件聚类,精度是** ε**.**D_i **称为依前件聚类中的一个类.**

定义 5 假定$\{D_i\mid 0<i\leqslant k\}$**为规则库** A **的一个聚类,**$A\varepsilon>0$**,若任意的** $D_i(0<i\leqslant k)$**中任意两条规则的后件的** R **距离都小于或等于** ε**,则称该聚类为依后件聚类,精度是** ε**.**D_i **称为依后件聚类中的一个类.**

根据定理 10**,我们可以这样构造一个规则库** A **上的依前件聚类.假定聚类的精度为** ε**,开始选择规则,若是第一条规则,则归入第一类,若是第** i **条规则**$(i>1)$**,则按定义** 2 **依次分别度量该规则前件与已有各类中各条规则的前件的** R **距离,若对于某个类中的任何一条规则都有** $R\leqslant\varepsilon$**,则将规则归入该类并进入下一条规则的聚类计算.若该规则在聚类计算中,不能归入任何一个已有的类,则归入一新类.重复这个过程,将得到一个聚类,其精度为** ε**.按同样的方法,我们也可类似的构造一个依后件聚类.很显然,聚类中类的数量取决于聚类的精度** ε**,若** ε **变大,则聚类中的类将变少,反之将变多.若** $\varepsilon=1$**,则根据定理** 2 **可知聚类中将只有一个类,即所有的规则都在这一个类中,若** $\varepsilon=0$**,则根据定理** 1 **和定理** 2 **可知聚类中的每个类中将只有一条规则,即类的数量等于规则的数量.**

经过聚类的 Vague **规则库将变成如下的** k **类规则:**

D_{s1}**:规则** 11:IF x is A_{11} THEN y is B_{11}

⋮

规则 1m1 :IF x is A_{1m1} THEN y is B_{1m1}

⋮

D_{sk}:

规则 k1 : IF x is A_{k1} THEN y is B_{k1}

⋮

规则 kmk:IF x is A_{kmk} THEN y is $B_{k\,m1}$

4　基于 Vague 聚类规则的双向近似推理

在智能系统的实际开发和应用中,推理的计算复杂性是一个很重要的问题.它直接关系着推理的效果和效率.为了降低推理的计算复杂性.提高近似推理的实用性,我们提出了基于 vague 聚类规则的双向模糊推理.

4.1　基于 Vague 集的双向近似推理方法

为了更好地实现基于 vague 集的双向近似推理,我们提出了 vague 集间的相似性方向的概念.从相似度量的分析可以看出,相似度量的值越大,则两个 vague 集就越相似.为了确定两个相似的 vague 集谁的信息更精确,我们提出了如下的相似性方向的概念.

定义 6:对于两个 vague 集 A,B,它们的相似性方向定义为如果关于 A 的信息的精确性高于关于 B 的信息的精确性,则称 A 正向相似于 B,否则,称 A 负向相似于 B.

定义 7:假定 A,B 是两个 vague 集,它们的相似性方向可用如下的 D 函数来判断:

$$D(A,B)=\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}[(t_A(u_i)-t_B(u_i))+(f_B(u_i)-t_A(u_i))] \tag{3}$$

其中,D(A,B)称为相似方向判定函数,若 D(A,B)≥0,则 A 正向相似于 B,若 D(A,B)<0,则 A 负向相似于 B.

假定有如下三个 vague 集 A,B,C:

$A=[0.5,0.8]/u_1+[0.6,0.9]/u_2+[0.7,0.9]/u_3$

$B=[0.4,0.7]/u_1+[0.5,0.8]/u_2+[0.6,0.9]/u_3$

$C=[0.3,0.6]/u_1+[0.4,0.7]/u_2+[0.5,0.9]/u_3$

根据式(4)有 T(A,B)=0.92,T(C,B)=0.92,可看出 A 与 B 以及 C 与 B 的相似程度都是 0.92,而根据式(3)有 D(A,B)=0.08,D(C,B)=−0.08,即 A 正向相似于 B,C 则负向相似于 B.这表明 A 的信息的精确性高于 B 的信息的精确性,而 C 的信息的精确性低于 B 的信息的精确性.

定理 12 $D(A,B)\in[-1,1]$.

证明:由于 $|t_A(u_i)-t_B(u_i)|\leqslant 1$,$|f_A(u_i)-f_B(u_i)|\leqslant 1$,故有

$$|D(A,B)|=\left|\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}[(t_A(u_i)-t_B(u_i))+(f_B(u_i)-f_A(u_i))]\right|$$
$$\leqslant\frac{2n}{2n}=1.$$

定理 13 $D(A,B)=-D(B,A)$

证明:
$$D(A,B)=\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}[(t_A(u_i)-t_B(u_i))+(f_B(u_i)-f_A(u_i))]$$
$$=-\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}[(t_A(u_i)-t_B(u_i))+(f_B(u_i)-f_A(u_i))]$$
$$=-\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}[(t_B(u_i)-t_A(u_i))+(f_A(u_i)-f_B(u_i))]$$
$$=-D(B,A)$$
证毕.

我们在另一篇文章中[7]提出了一个新的 vague 集间的相似度量 T′和 W 函数,下面的讨论都是使用我们提出的相似度量.在基于 vague 集的双向近似推理中,根据系统的需要,所使用的相似度量既可是 T′函数也可是 W 函数,在下面的讨论中,我们采用的是 T′函数,若用 W 函数时,只需将 T′函数换成 W 函数即可.为讨论的方便,下面用到的 T′均记为 T.讨论推理中用到的 $A_i(1\leqslant i\leqslant n)$,$B_i(1\leqslant i\leqslant n)$,$A^*$,$B^*$ 分别是论域 U 和 V 上的 Vague 集。它们可分别表示成如下形式:

$$A_i=\sum[t_{Ai}(u_j),1-f_{Ai}(u_j)]/u_j\quad 1\leqslant j\leqslant m\quad 1\leqslant i\leqslant n$$
$$B_i=\sum[t_{Bi}(v_j),1-f_{Bi}(v_j)]/v_j\quad 1\leqslant j\leqslant m\quad 1\leqslant i\leqslant n$$
$$A^*=\sum[t_{A^*}(u_j),1-f_{A^*}u_j)]/u_j\quad 1\leqslant j\leqslant m$$
$$B^*=\sum[t_{B^*}(v_j),1-f_{B^*}(v_j)]/v_j\quad 1\leqslant j\leqslant m$$

其中,$V_A(ui)=[t_A(ui),1-f_A(ui)]$,$V_B(ui)=[t_B(ui),1-f_B(ui)]$,$u_i\quad 1\leqslant i\leqslant n$

vague 集的双向近似推理包括两个方面的推理,即正向近似推理和逆向近似推理.首先来考虑下面的正向近似推理:

规则 1 :IF x is A_1 THEN y is B_1

⋮

规则 n :IF x is A_n THEN y is B_n

事实: x is A^*

结论:　　y is B^*

正向近似推理过程由两部分完成.首先要设定一个规则启动阈值 α,当向系统输入事实时,则系统对整个规则库进行搜索,找出输入事实与规则前件的匹配程度大于或等于阈值 α 的所有规则,然后用这些规则逐一进行推理而得到每条规则的推理结果 B_i^* $1\leqslant i\leqslant n$,然后再对所有的推理结果做合成运算,从而得到最终的推理结果 B^*.由第 i 条规则和输入事实推出结果 B_i^* 的过程可按如下步骤进行:

1. 匹配规则,由式(4)计算相似程度 $T(A^*,A_i)$,令 $T(A^*,A_i)=T_i$,如果 $T_i\geqslant\alpha$,则进行下面步骤,否则放弃该条规则.

2. 判断 A^* 到 A_i 的相似性方向,由式(3)计算相似性方向 $D(A^*,A_i)$,令 $D(A^*,A_i)=D_i$.

3. 推理结果 B_i^* 的各分量由下式得:

$$t_{B^*i}(v_j)=\begin{cases}t_{Bi}(v_j)^{T_i}\cdots\cdots\text{当 } T_i\geqslant 0.5 \text{ 且 } D_i\geqslant 0\\ t_{Bi}(v_j)^{\frac{1}{T_i}}\cdots\cdots\text{当 } T_i\geqslant 0.5 \text{ 且 } D_i<0\\ t_{Bi}(v_j)^{T_i}\cdots\cdots\text{当 } T_i<0.5\end{cases} \tag{5}$$

$$f_{B^*i}(v_j)=\begin{cases}1-(1-f_{Bi}(v_j))^{T_i}\cdots\cdots\text{当 } T\geqslant 0.5 \text{ 且 } D_i\geqslant 0\\ 1-(1-f_{Bi}(v_j))^{\frac{1}{T_i}}\cdots\cdots\text{当 } T\geqslant 0.5 \text{ 且 } D_i<0\\ 1-T_i+f_{Bi}(v_j))^{T_i}\cdots\cdots\text{当 } T<0.5\end{cases} \tag{6}$$

万方数据

最后的推理结果可由如下的合成运算得到：

$B^* = \cdots \cup B_i^* \cup \cdots \cup B_j^* \cup \cdots \cup B_k^* \cdots$

其中，$1 \leqslant i < j < k \leqslant n$，设下标集为 I，“$\cup$”为 vague 集的并运算符号，由“$\cup$”运算规则的性质，我们有：

$t_{B^*}(v_j) = \max(t_{Bi}(v_j) \quad i \in I)$

$f_{B^*}(v_j) = \min(f_{Bi}(v_j) \quad i \in I)$

从而得到最后的推理结果：$B^* = \sum [t_{B^*}(v_j), 1 - f_{B^*}(v_j)]/v_j 1 \leqslant j \leqslant m$

下面类似地，我们讨论如下的逆向近似推理：

规则 1：IF x is A_1 THEN y is B_1

⋮

规则 n：IF x is A_n THEN y is B_n

事实： y is B^*

结 论： x is A^*

同样，逆向近似推理过程也由两部分完成. 首先设定一个规则启动阈值 α，当向系统输入事实时，则系统对整个规则库进行搜索，当输入事实与规则后件的匹配程度大于或等于启动阈值 α 时，则用该规则进行推理得到推理结果 $A_i^* \quad 1 \leqslant i \leqslant n$，否则放弃该规则，最后再将推导出的所有推理结果做合成运算，从而得到最终的推理结果 A^*. 由第 i 条规则和输入事实推出推理结果 A_i^* 的过程可按如下步骤进行：

1. 匹配规则，由式(4)计算相似程度 $T(B^*, B_i)$，令 $T(B^*, B_i) = T_i$，如果 $T_i \geqslant \alpha$，则进行下面步骤，否则放弃该条规则.

2. 判断 B^* 到 B_i 的相似性方向，由式(3)计算相似性方向 $D(B^*, B_i)$，令 $D(B^*, B_i) = D_i$.

3. 推理结果 A_i^* 的各分量可由下式得到：

$$t_{A^*i}(v_j) = \begin{cases} t_{Ai}(v_j)^{T_i} \cdots\cdots \text{当 } T_i \geqslant 0.5 \text{ 且 } D_i \geqslant 0 \\ t_{Ai}(v_j)^{\frac{1}{T_i}} \cdots\cdots \text{当 } T_i \geqslant 0.5 \text{ 且 } D_i < 0 \\ t_{Ai}(v_j)^{T_i} \cdots\cdots \text{当 } T_i < 0.5 \end{cases} \tag{7}$$

$$f_{A^*i}(v_j) = \begin{cases} 1-(1-f_{Ai}(v_j))^{T_i} \cdots\cdots \text{当 } T \geqslant 0.5 \text{ 且 } D_i \geqslant 0 \\ 1-(1-f_{Ai}(v_j))^{\frac{1}{T_i}} \cdots\cdots \text{当 } T \geqslant 0.5 \text{ 且 } D_i < 0 \\ 1-T_i+f_{Ai}(v_j))^{T_i} \cdots\cdots \text{当 } T < 0.5 \end{cases} \tag{8}$$

最后的推理结果按下式进行计算：

$A^* = \cdots \cup A_i^* \cup \cdots \cup A_j^* \cup \cdots \cup A_k^* \cdots$

其中，$1 \leqslant i < j < k \leqslant n$，设下标集为 I，“$\cup$”为 vague 集的并运算符号，由“$\cup$”运算规则的性质，我们有：

$t_A^*(u_j) = \max(t_{Ai}(u_j) \quad i \in I)$

$f_A^*(u_j) = \min(f_{Ai}(u_j) \quad i \in I)$

所以，最后的推理结果应为：$A^* = \sum [t_A^*(u_j), 1 - f_A^*(u_j)]/u_j \quad 1 \leqslant j \leqslant m$

4.2 基于 Vague 聚类规则的双向近似推理方法

由于直接在 vague 规则库上推理有一个搜索规模的问题. 当规则库很大时，搜索规模也就相应很大. 为此，我们把推理建立在 vague 聚类规则上. 为了双向推理，根据我们的精度要求，按第四节给出的构造方法建立两个聚类，依前件聚类和依后件聚类. 正向近似推理时基于依前件聚类，逆向近似推理时基于依后件聚类.

万方数据

正向近似推理可按下面步骤进行：

1. 从依前件聚类中选择规则类，设定类选择阈值 α，从每类中任意选择一条规则 $A_i \rightarrow B_i$，由式(2)计算输入事实 A^* 与规则前件 A_i 的距离 $R(A^*, A_i)$，令 $R(A^*, A_i) = R_i$，如果 $R_i > \alpha$，则放弃该类，进而选择下一个规则类，否则用该类中的每一条规则进行推理，由第 i 条规则和输入事实进行推理的过程可按如下步骤进行.

2. 由式(4)计算相似程度 $T(A^*, A_i)$，令 $T(A^*, A_i) = T_i$，

3. 判断 A^* 到 A_i 的相似性方向，由式(3)计算相似性方向 $D(A^*, A_i)$，令 $D(A^*, A_i) = D_i$

4. 推理结果 B_i^* 的各分量 $t_{Bi}(v_j)$，$f_{Bi}(v_j)$ 可由式(5)和式(6)得到

所有的类都选择并推理完后，最后的推理结果按下式进行计算：

$B^* = \cdots \cup B_i^* \cup \cdots \cup B_j^* \cup \cdots \cup B_k^* \cdots$

其中，$1 \leqslant i < j < k \leqslant p$，设下标集为 I，“$\cup$”为 vague 集的并运算符号，由“$\cup$”运算规则的性质，我们有：

$t_{B^*}(v_j) = \max(t_{Bi}(v_j) \ , \quad i \in I)$

$f_{B^*}vj\ ) = \min(f_{Bi}(v_j) \ , \quad i \in I)$

所以，最后的推理结果应为：$B^* = \sum [t_{B^*}(v_j), 1 - f_{B^*}(v_j)]/v_j \quad 1 \leqslant j \leqslant m$

类似的，逆向近似推理可按下面步骤进行：

1. 从依后件聚类中选择规则类，设定类选择阈值 α，从该类中任意选择一条规则 $A_i \rightarrow B_i$，由式(2)计算输入事实 B^* 与 B_i 的距离 $R(B^*, B_i)$，令 $R(B^*, B_i) = R_i$，如果 $R_i > \alpha$，则放弃该类，进而选择下一个规则类，否则用该类中的每一条规则进行推理，由第 i 条规则和输入事实进行推理的过程可按如下步骤进行.

2. 由式(4)计算相似程度 $T(B^*, B_i)$，令 $T(B^*, B_i) = T_i$，

3. 判断 B^* 到 B_i 的相似性方向，由式(3)计算相似性方向 $D(B^*, B_i)$，令 $D(B^*, B_i) = D_i$

4. 推理结果 A_i^* 的各分量 $t_{Ai}(u_j)$，$f_{Ai}(u_j)$ 可由式(7)和式(8)得到

所有的类都选择并推理完后，最后的推理结果按下式进行计算：

$A^* = \cdots \cup A_i^* \cup \cdots \cup A_j^* \cup \cdots \cup A_k^* \cdots$

其中，$1 \leqslant i < j < k \leqslant p$，设下标集为 I，“$\cup$”为 vague 集的并运算符号，由“$\cup$”运算规则的性质，我们有：

$t_{A^*}(u_j) = \max(t_{Ai}(u_j) \ , \quad i \in I)$

$f_{A^*}(u_j) = \min(f_{Ai}(u_j) \ , \quad i \in I)$

所以，最后的推理结果应为：$A^* = \sum [t_{A^*}(u_j), 1 - f_{A^*}(u_j)]/u_j \quad 1 \leqslant j \leqslant m$

5 例 子

下面给出一个例子来说明基于 vague 聚类规则的双向近似推理方法. 设规则库中有 10 条规则，其前件 A_i，$i = 1 \cdots 10$，

和后件 B_i,i=1…10 分别是论域 U,V 上的 vague 集,分别为:

$A_1=[0.05,0.15]/u_1+[0.10,0.20]/u_2+[0.15,0.25]/u_3+[0.11,0.21]/u4+[0.07,0.17]/u_5$

$A_2=[0.10,0.20]/u_1+[0.15,0.25]/u_2+[0.20,0.30]/u_3+[0.15,0.26]/u_4+[0.11,0.22]/u_5$

$A_3=[0.30,0.40]/u_1+[0.35,0.45]/u_2+[0.40,0.50]/u_3+[0.36,0.47]/u_4+[0.31,0.43]/u_5$

$A_4=[0.35,0.45]/u_1+[0.40,0.50]/u_2+[0.45,0.55]/u_3+[0.41,0.52]/u_4+[0.36,0.48]/u_5$

$A_5=[0.40,0.50]/u_1+[0.45,0.55]/u_2+[0.50,0.60]/u_3+[0.46,0.57]/u_4+[0.41,0.53]/u_5$

$A_6=[0.65,0.75]/u_1+[0.70,0.80]/u_2+[0.75,0.85]/u_3+[0.72,0.81]/u_4+[0.68,0.77]/u_5$

$A_7=[0.68,0.79]/u_1+[0.73,0.84]/u_2+[0.78,0.89]/u_3+[0.75,0.85]/u_4+[0.71,0.81]/u_5$

$A_8=[0.71,0.82]/u_1+[0.75,0.87]/u_2+[0.81,0.92]/u_3+[0.80,0.88]/u_4+[0.74,0.85]/u_5$

$A_9=[0.75,0.85]/u_1+[0.80,0.90]/u_2+[0.85,0.95]/u_3+[0.82,0.92]/u_4+[0.76,0.88]/u_5$

$A_{10}=[0.80,0.90]/u_1+[0.85,0.95]/u_2+[0.89,1]/u_3+[0.84,0.95]/u_4+[0.79,0.90]/u_5$

$B_1=[0.02,0.12]/v_1+[0.06,0.17]/v_2+[0.11,0.22]/v_3+[0.07,0.18]/v_4+[0.03,0.13]/v_5$

$B_2=[0.07,0.16]/v_1+[0.11,0.21]/v_2+[0.16,0.25]/v_3+[0.12,0.21]/v_4+[0.08,0.16]/v_5$

$B_3=[0.27,0.36]/v_1+[0.31,0.41]/v_2+[0.36,0.45]/v_3+[0.32,0.41]/v_4+[0.28,0.36]/v_5$

$B_4=[0.32,0.40]/v_1+[0.36,0.44]/v_2+[0.40,0.48]/v_3+[0.35,0.43]/v_4+[0.30,0.39]/v_5$

$B_5=[0.36,0.44]/v_1+[0.40,0.48]/v_2+[0.45,0.53]/v_3+[0.41,0.49]/v_4+[0.37,0.45]/v_5$

$B_6=[0.60,0.68]/v_1+[0.64,0.72]/v_2+[0.69,0.77]/v_3+[0.65,0.73]/v_4+[0.61,0.69]/v_5$

$B_7=[0.63,0.71]/v_1+[0.67,0.75]/v_2+[0.72,0.80]/v_3+[0.68,0.76]/v_4+[0.64,0.72]/v_5$

$B_8=[0.67,0.74]/v_1+[0.70,0.78]/v_2+[0.75,0.83]/v_3+[0.71,0.79]/v_4+[0.67,0.75]/v_5$

$B_9=[0.70,0.77]/v_1+[0.73,0.81]/v_2+[0.78,0.86]/v_3+[0.74,0.82]/v_4+[0.69,0.78]/v_5$

$B_{10}=[0.73,0.85]/v_1+[0.78,0.90]/v_2+[0.83,0.95]/v_3+[0.78,0.90]/v_4+[0.74,0.86]/v_5$

取聚类精度 $\varepsilon=0.15$,则规则库的依前件聚类为如下形式:

$D_1:\{A_1\to B_1,A_2\to B_2\}$

$D_2:\{A_3\to B_3,A_4\to B_4,A_5\to B_5\}$

$D_3:\{A_6\to B_6,A_7\to B_7,A_8\to B_8,A_9\to B_9,A_{10}\to B_{10}\}$

依后件聚类为如下形式:

$D_1:\{A_1\to B_1,A_2\to B_2\}$

$D_2:\{A_3\to B_3,A_4\to B_4,A_5\to B_5\}$

$D_3:\{A_6\to B_6,A_7\to B_7,A_8\to B_8,A_9\to B_9,A_{10}\to B_{10}\}$

当输入事实 $A^*=[0.34,0.46]/u_1+[0.36,0.49]/u_2+[0.44,0.55]/u_3+[0.40,0.50]/u_4+[0.35,0.45]/u_5$ 时,取类选择阈值 $\alpha=0.1$,按 4.2 节所述的基于 vague 聚类规则的双向近似推理方法,正向推理结果为:

$B_3^*=[0.28,0.37]/v_1+[0.32,0.42]/v_2+[0.37,0.46]/v_3+[0.33,0.42]/v_4+[0.29,0.37]/v_5$

$B_4^*=[0.31,0.39]/v_1+[0.35,0.43]/v_2+[0.39,0.48]/v_3+[0.34,0.42]/v_4+[0.29,0.38]/v_5$

$B_5^*=[0.34,0.42]/v_1+[0.38,0.46]/v_2+[0.43,0.51]/v_3+[0.39,0.47]/v_4+[0.35,0.43]/v_5$

$B^*=B_3^*\cup B_4^*\cup B_5^*$

$=[0.34,0.42]/v_1+[0.38,0.46]/v_2+[0.43,0.51]/v_3+[0.39,0.47]/v_4+[0.35,0.43]/v_5$

当输入事实 $B^*=[0.04,0.14]/v_1+[0.09,0.20]/v_2+[0.14,0.23]/v_3+[0.09,0.19]/v_4+[0.05,0.15]/v_5$ 时,取类选择阈值 $\alpha=0.1$,按 4.2 节所述的基于 vague 聚类规则的双向近似推理方法,逆向推理结果为:

$A_1^*=[0.05,0.16]/u_1+[0.1,0.21]/u_2+[0.16,0.26]/u_3+[0.11,0.22]/u_4+[0.07,0.18]/u_5$

$A_2^*=[0.1,0.19]/u_1+[0.14,0.24]/u_2+[0.19,0.29]/u_3+[0.14,0.25]/u_4+[0.11,0.21]/u_5$

$A^*=A_1^*\cup A_2^*=[0.1,0.19]/u_1+[0.14,0.24]/u_2+[0.19,0.29]/u_3+[0.14,0.25]/u_4+[0.11,0.21]/u_5$

5 结　论

本文给出了 vague 集间的距离定义和相似方向的概念以及相似方向的判定方法,并在此基础上,提出了对 vague 规则进行聚类,以及基于 vague 聚类规则的双向近似推理方法,降低了基于 vague 集的近似推理的计算复杂性,提高了推理方法的精确性和实用性.这为智能系统中的近似推理提供了一个十分有用的工具.

References:

1 Zadeh,L A. Fuzzy sets and their applications to cognitive and decision processes[J]. New York: Academic Press,1975,1～39.

2 Gau W L, Buehrer D J. Vague sets[J]. IEEE Trans. Systems Man Cybernet,1993,23(2):610～614.

3 Li,Fan,Xu,zhang-yan,Jiang,hua-qing. A new approximate reasoning approach based on vague sets[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology,2000,28(9):16～17.

4 Haase O,Henrich A. A hybrid representation of vague collections for distributed object management systems[J]. IEEE Trans. On Knowledge and Data Engineering,2000,12:448～467.

5 Hong D H,Kim C. A note on similarity measures between vague sets and between elements[J]. Information Sciences,1999,115:83～96.

6 Chen S M. Measures of similarity between vague sets[J]. Fuzzy Sets and Systems,1995,74(2):217～223.

7 Li Fan,Xu zhang-yan. Similarity measure between vague sets[J]. Journal of Software,2001,12(6):922～926.

附中文参考文献:

3 李凡,徐章艳,姜华庆. 一个新的基于 vague 集的近似推理方法[J]. 华中理工大学学报,2000,28(9):16～17.

7 李凡,徐章艳. Vague 集之间的相似度量[J]. 软件学报,2001,12(6):922～926.

万方数据

基于Vague聚类规则的双向近似推理

万方数据 WANFANG DATA 文献链接

作者： 卢正鼎， 王天江， 李凡
作者单位： 华中科技大学,计算机学院,湖北,武汉,430074
刊名： 小型微型计算机系统 ISTIC PKU
英文刊名： MINI-MICRO SYSTEMS
年，卷(期)： 2003,24(11)
被引用次数： 6次

参考文献(9条)

1. 李凡;徐章艳 Vague集之间的相似度量[期刊论文]-软件学报 2001(06)

2. 李凡;徐章艳;姜华庆 一个新的基于Vague集的近似推理方法[期刊论文]-华中理工大学学报(自然科学版) 2000(09)

3. Li Fan;Xu zhang-yan Similarity measure between vague sets 2001(06)

4. Chen S M Measures of similarity between vague sets 1995(02)

5. HongDH;Kim C A note on similarity measures between vague sets and between elements 1999

6. Haase O;Henrich A A hybrid representation of vague collections for distributed object management systems[外文期刊] 2000(3)

7. Li Fan Xu;zhang-yan;Jiang 一个新的基于Vague集的近似推理方法[期刊论文]-华中理工大学学报(自然科学版) 2000(09)

8. Gau W L;Buehrer D J Vague sets[外文期刊] 1993(02)

9. Zadeh;L A Fuzzy sets and their applications to cognitive and decision processes 1975

引证文献(6条)

1. 石玉强.吴家培 基于Vague集间距离的双向近似推理[期刊论文]-仲恺农业工程学院学报 2009(2)

2. 石玉强.王鸿绪 基于模糊近似推理的Vague集双向近似推理方法[期刊论文]-计算机工程与应用 2008(6)

3. 石玉强.王鸿绪 一种基于Vague集间距离的双向近似推理方法[期刊论文]-小型微型计算机系统 2007(4)

4. 石玉强.王鸿绪 一种基于Vague集间距离的双向近似推理方法[期刊论文]-小型微型计算机系统 2007(4)

5. 李东亚.张诚一.王鸿绪 基于Vague集加权相似度量的近似推理[期刊论文]-河南师范大学学报（自然科学版） 2007(2)

6. 刘明.张鲲.王鸿绪 Vague集之间的新的距离公式[期刊论文]-琼州大学学报 2006(5)

本文链接：http://d.g.wanfangdata.com.cn/Periodical_xxwxjsjxt200311011.aspx